

	Pruebas de Acceso a la Universidad Castilla y León	MATEMÁTICAS II	EJERCICIO N.º Páginas: 2
---	---	-----------------------	---

INDICACIONES

1. **OPTATIVIDAD:** El examen consta de cuatro apartados: un apartado con un problema obligatorio y 3 apartados con la posibilidad de elegir entre dos problemas. Se deberá responder a un máximo de **CUATRO PROBLEMAS:** el problema obligatorio (apartado 3) y solamente un problema de cada uno de los tres apartados restantes. No es necesario hacerlo en el mismo orden en que están enunciados, pero se expresará claramente cuáles son los elegidos. En caso de responder a dos problemas de un mismo apartado, sólo se corregirá el que aparezca en primer lugar según el orden de numeración de pliegos y hojas de cada pliego y que no aparezca totalmente tachado.
2. **CALCULADORA:** Se podrá usar una calculadora científica no programables, que no admita memoria para texto, ni para resolución de ecuaciones ni cálculo matricial, ni para resolución de integrales, ni para representaciones gráficas y sin conexión a internet. Durante el desarrollo de la prueba no se permitirá el préstamo de calculadoras entre estudiantes.
3. **CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN:** Cada uno de los problemas se puntuará sobre un máximo de **2,5 puntos**. Se observarán fundamentalmente los siguientes aspectos: correcta utilización de los conceptos, definiciones y propiedades relacionadas con la naturaleza de la situación que se trata de resolver; justificaciones teóricas que se aporten para el desarrollo de las respuestas; claridad y coherencia en la exposición; precisión en los cálculos y en las notaciones. **Deben figurar explícitamente las operaciones no triviales**, de modo que puedan reconstruirse la argumentación lógica y los cálculos efectuados.
4. **DEDUCCIONES POR ERRORES ORTOGRÁFICOS Y GRAMATICALES:** Se penalizarán los errores ortográficos (grafías, tildes y puntuación) cometidos, teniéndose en cuenta que la repetición del mismo error se contabilizará como sólo uno, los dos primeros errores no se penalizarán y, a partir del tercer error ortográfico, se deducirá 0,1 puntos por error. Por errores en la redacción, en la presentación, incoherencia o incorrección léxica o gramatical se podrá deducir un máximo de medio punto de la nota global. La máxima deducción global es de un punto
5. El examen debe realizarse usando **bolígrafo azul o negro** (sólo un color). No pueden usarse ni lápiz, ni bolígrafo borrable, ni bolígrafo de otro color.
6. **Respuestas numéricas exactas o con tres dígitos decimales.**

APARTADO 1: (elegir UN problema)

Problema 1A.

Considerar el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} (m - 10)x - 2y - z = -1 \\ 7x + (m + 2)y + 2z = m + 1 \\ 5x + 2y + z = 1 \end{cases}, \text{ donde } m \in \mathbb{R}.$$

- a) Discutir el sistema de ecuaciones según los valores del parámetro m . **(1,5 puntos)**
- b) Resolver, razonadamente, el sistema de ecuaciones para $m = 3$. **(1 punto)**

Problema 1B. (Propuesto en Galicia, Modelo 0 de 2025)

- a) Calcular A si $(AB)^t = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$. **(1 punto)**
- b) Si $M = \begin{pmatrix} 3 & x \\ y & z \end{pmatrix}$ es invertible, calcula x, y, z sabiendo que $(3z)M^{-1} + I = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$.
Entiéndase que I es la matriz identidad. **(1,5 puntos)**

APARTADO 2: (elegir UN problema)

Problema 2A.

- a) Calcular $\int_0^1 \frac{x^3-5}{\sqrt{x}} dx$. (1,25 puntos)
- b) Probar que la función $f(x) = 2 - e^x$ posee una sola raíz real, encontrando un intervalo que la contenga. (1,25 puntos)

Problema 2B.

- a) Dada la función $f(x) = \frac{1}{1+e^x}$. Determinar su dominio de definición, su monotonía y sus asíntotas. Justifica la existencia o no de extremos relativos. (1,5 puntos)
- b) Calcular $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \text{sen}(x)\text{cos}(x)dx$. (1 punto)

APARTADO 3: (obligatorio)

Problema 3.

- Dados el plano $\pi_1 \equiv 2x - 3y + z = a$ y el plano π_2 determinado por el punto $P(0,2,4)$ y los vectores directores $\vec{v}_1 = (0,2,6)$ y $\vec{v}_2 = (1,0,b)$, se pide:
- a) Calcular los valores de a y b para que π_1 y π_2 sean paralelos y distintos. (0,75 puntos)
- b) Para $a = 1$ y $b = 0$ determinar las ecuaciones paramétricas de la recta intersección de π_1 y π_2 . (0,75 puntos)
- c) Para $a = 4$ y $b = -2$ determinar los puntos que están a igual distancia de π_1 y π_2 . (1 punto)

APARTADO 4: (elegir UN problema)

Problema 4A.

- Una empresa fabrica móviles de tres marcas distintas: A , N y M . El 20% de los móviles son de la marca A y el 40% de la marca N . Se decide instalar un software oculto que permita espiar a los usuarios de estos móviles. El software oculto se instala en el 15% de los móviles de la marca A , en un 10% de la marca N y en un 12% de los móviles de la marca M . Se pide:
- a) Describir todas las probabilidades, condicionadas y no condicionadas, que se deducen directamente del enunciado. (0,3 puntos)
- b) Determinar la probabilidad de que un móvil fabricado por esta empresa tenga instalado el software espía. (1 punto)
- c) Si un móvil fabricado por esta empresa tiene instalado el software espía, calcular la probabilidad de que sea de la marca A . (1,2 puntos)

Problema 4B.

- De una bolsa de 20 fichas numeradas del 1 al 20 se extraen sucesivamente 2 fichas sin reemplazamiento. Se pide:
- a) Calcular la probabilidad de que ambos números sean múltiplos de 3. (0,5 puntos)
- b) Calcular la probabilidad de que el primer número sea múltiplo de 6 y el segundo sea múltiplo de 3. (0,75 puntos)
- c) Calcular la probabilidad de que ninguno de los dos números sean múltiplos de 2. (0,75 puntos)
- d) Calcular la probabilidad de que la segunda ficha sea un número impar, sabiendo que la primera también lo ha sido. (0,5 puntos)