

	Pruebas de Acceso a la Universidad Castilla y León	MATEMÁTICAS II	EJERCICIO N.º Páginas: 3
---	---	-----------------------	---

INDICACIONES

- OPTATIVIDAD:** El examen consta de cuatro apartados: un apartado con un problema obligatorio y 3 apartados con la posibilidad de elegir entre dos problemas. Se deberá responder a un máximo de **CUATRO PROBLEMAS**: el problema obligatorio (apartado 1) y solamente un problema de cada uno de los tres apartados restantes. No es necesario hacerlo en el mismo orden en que están enunciados, pero se expresará claramente cuáles son los elegidos. En caso de responder a dos problemas de un mismo apartado, sólo se corregirá el que aparezca en primer lugar según el orden de numeración de pliegos y hojas de cada pliego y que no aparezca totalmente tachado.
- CALCULADORA:** Se podrá usar una calculadora científica no programables, que no admita memoria para texto, ni para resolución de ecuaciones ni cálculo matricial, ni para resolución de integrales, ni para representaciones gráficas y sin conexión a internet. Durante el desarrollo de la prueba no se permitirá el préstamo de calculadoras entre estudiantes.
- CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN:** Cada uno de los problemas se puntuará sobre un máximo de **2,5 puntos**. Se observarán fundamentalmente los siguientes aspectos: correcta utilización de los conceptos, definiciones y propiedades relacionadas con la naturaleza de la situación que se trata de resolver; justificaciones teóricas que se aporten para el desarrollo de las respuestas; claridad y coherencia en la exposición; precisión en los cálculos y en las notaciones. **Deben figurar explícitamente las operaciones no triviales**, de modo que puedan reconstruirse la argumentación lógica y los cálculos efectuados.
- DEDUCCIONES POR ERRORES ORTOGRÁFICOS Y GRAMATICALES:** Se penalizarán los errores ortográficos (grafías, tildes y puntuación) cometidos, teniéndose en cuenta que la repetición del mismo error se contabilizará como sólo uno, los dos primeros errores no se penalizarán y, a partir del tercer error ortográfico, se deducirá 0,1 puntos por error. Por errores en la redacción, en la presentación, incoherencia o incorrección léxica o gramatical se podrá deducir un máximo de medio punto de la nota global. La máxima deducción global es de un punto
- El examen debe realizarse usando **bolígrafo azul o negro** (sólo un color). No pueden usarse ni lápiz, ni bolígrafo borrrable, ni bolígrafo de otro color.
- Respuestas numéricas exactas o con tres dígitos decimales.**

APARTADO 1: (obligatorio)

Problema 1.

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -3 & 4 & -6 \\ -2 & 1 & -2 \\ -11 & 3 & -8 \end{pmatrix}$ e $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

a) Resolver la ecuación matricial $\frac{1}{4}A^2 - AX = B$. **(0,5 puntos)**

b) Discutir el sistema de ecuaciones: $(A - \alpha I) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, en función del parámetro $\alpha \in \mathbb{R}$. **(1,5 puntos)**

c) Si $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = -2$, calcular el valor de $\begin{vmatrix} g - 5a & 2d & a \\ 2h - 10b & 4e & 2b \\ i - 5c & 2f & c \end{vmatrix}$. **(0,5 puntos)**

APARTADO 2: (elegir UN problema)

Problema 2A. Sea la función $f(x) = \begin{cases} \frac{4(x+1)}{(4+x^2)^2}, & \text{si } x < 0, \\ \frac{e^x}{(1+e^x)^2} + \frac{x}{4}, & \text{si } x \geq 0, \end{cases}$

- a) Estudiar las asíntotas de $f(x)$. (1,5 puntos)
b) Calcular $\int_0^1 f(x) dx$. (1 punto)

Problema 2B. (Propuesto en la Comunidad de Cantabria en junio de 2024).

Considere la función $f(x) = x \ln(x)$, con $x > 0$

- a) Calcular la derivada de $f(x)$. (0,75 puntos)
b) Calcular una primitiva de $f(x)$. (0,75 puntos)
c) Calcular el área del recinto limitado por $f(x)$, el eje OX (abscisas) y las dos rectas $x = 1$ y $x = 2$. (1 punto)

APARTADO 3: (elegir UN problema)

Problema 3A.

Dado el plano $\pi \equiv x + y = 0$, el punto $A(1, -1, 0)$ y la recta $s \equiv x = y = z$. Hallar la recta r , en su forma paramétrica, que pasa por A , está contenida en π , y corta a la recta s . (2,5 puntos)

Problema 3B.

Los puntos $A(1, 1, 1)$ y $B(0, 2, 0)$ son vértices consecutivos del paralelogramo $ABCD$. El centro del paralelogramo es $E(0, 0, 1)$.

- a) Calcular las coordenadas de los otros vértices. (1 punto)
b) Hallar la ecuación general del plano que contiene al paralelogramo. (1 punto)
c) Hallar el volumen del tetraedro formado por los vértices $ABEO$, siendo $O(0, 0, 0)$ el origen de coordenadas. (0,5 puntos)

APARTADO 4: (elegir UN problema)

Problema 4A.

El agua almacenada diariamente en el pantano de Riaño durante el año 2.025 (365 días), sigue una distribución normal con media $337,2 \text{ hm}^3$ y desviación típica de $40,5 \text{ hm}^3$.

- a) Elegido al azar un día del año 2.025, calcular la probabilidad de que el agua almacenada haya sido superior a $299,94 \text{ hm}^3$. (1 punto)
b) Calcular el número probable de días que en 2.025 tuvieron almacenada una cantidad de agua comprendida entre $299,94 \text{ hm}^3$ y $350,16 \text{ hm}^3$. (1 punto)
c) Razonar, utilizando sólo resultados de los apartados anteriores, si, en este contexto, es correcto afirmar que: “el número de días con una cantidad de agua almacenada comprendida entre 310 hm^3 y 330 hm^3 debería estar entre 170 y 180”. (0,5 puntos)

Problema 4B.

Lucía, Gloria y María se reparten los ejercicios que la profesora de matemáticas asigna a su grupo. Lucía resuelve el 45%, Gloria el 30% y María el resto. Además, sabemos que Lucía resuelve correctamente el 90% de los ejercicios que realiza, Gloria el 95% y María el 80%.

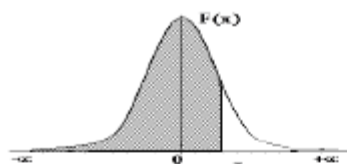
- a) Describir los sucesos y todas las probabilidades que se mencionan utilizando una notación adecuada. (0,5 puntos)

Si la profesora escoge un ejercicio al azar:

- b) Calcular la probabilidad de que el ejercicio esté resuelto correctamente. (1 punto)
c) Sabiendo que el ejercicio es incorrecto, calcular la probabilidad de que lo haya resuelto Gloria. (1 punto)

Distribución Normal

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$



	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9014
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9318
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9997	0,9997	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999